

解説② 文字式

1. 文字の歴史

中学校から算数が数学に変わります。名称が変わるだけでなく、内容も徐々に変わっていきます。まず、**負の数**の導入です。このことで数の世界は今までの約2倍に広がりました。ここまでは、算数の延長と考えられますが、この先まだ数の世界はさらに広がっていきます。それとともに、**文字を用いること**によって**抽象的な事象を扱う**ことになります。ここでは**文字を多用する**学問としての数学の基礎である、「文字式」をマスターしてもらいます。

現存する世界最古の数学書『アーメス・パピルス』に数値がわからないものとして hau の文字が用いられています。これが最古のものとして推測されていますが、記録上正式なものは、古代ギリシャの数学者ディオファントスによるものとされています。用語の頭文字を使用する、というもので、現在にも影響を与えています。実際に、数の代わりに文字を用いた最初の人フランスの数学者ビエートといわれています。未知量を**大文字の母音文字**で、既知量を**子音大文字**で表しています。16世紀のことでした。

彼の発想を進展させ今の形、既知量をアルファベットの前の方(a, b, c, \dots)で、未知量をアルファベットの後ろの方(\dots, x, y, z)で表すことにしたのは、正負の数でも登場したデカルトやドイツのライプニッツ（微分を完成させた人）やスイスのオイラー（彼が研究したグラフ理論は現在注目の新数学）です。



2. 文字のもつ意味

文字はあらゆる数字の代表だと考えてください。つまり、 a 人というのは、ある場合には1人かもしれませんが、ある場合には100人かもしれません。そのすべてを包含しているのです。

5人にみかんを3個ずつあげるとき、みかんの数は $5 \times 3 = 15$ (個)です。同様に a 人にみかんを3個ずつあげるときのみかんの数は $a \times 3 = 3a$ (個)と考えればよいのです。

3. 文字式のルール

- 1: 乗法の記号×は省略する. (例) $a \times b = ab$
- 2: 数は文字の前に書く. (例) $a \times 5 = 5a$
- 3: 1は省略する. (例) $a \times 1 = a$
- 4: アルファベット順に書く. (例) $y \times x = xy$
- 5: かっこをふくむ積に関しては, かっこをひとまとまりとして扱う.
(例) $(a + b) \times 2 = 2(a + b)$
- 6: 累乗は指数を使って書く. (例) $b \times b \times b \times a \times a = a^2b^3$
- 7: 除法の記号÷を使わないで分数の形で書く.

$$(例) x \div 2 = \frac{x}{2}, \quad xy \div (ab^2) = \frac{xy}{ab^2}$$

4. 項と係数

式を和の形で表したとき, +で結ばれたひとつひとつの式を**項**といいます.
また, 数と文字の積の形で表された式で, 数の部分をその文字の**係数**といいます.

$$(例) 2x - 3y = 2x + (-3y) \cdots \text{項 } 2x, -3y$$

係数 x の係数 2, y の係数 -3

5. 乗法・除法

係数を計算するだけで文字はそのまま.

$$\langle 例 \rangle 5x \times 2 = 10x \quad 7x \div 3 = \frac{7}{3}x$$

6. 分配法則

計算のきまりの中に**分配法則**というものがあります。

$$\boxed{\text{O} \times (\square + \triangle) = \text{O} \times \square + \text{O} \times \triangle}$$

これを使って文字式の計算をしてみましょう。

- ① $3(2x + 1) = 3 \times 2x + 3 \times 1 = 6x + 3$
- ② $-2(5x - 3) = (-2) \times 5x + (-2) \times (-3) = -10x + 6$
- ③ $2(x - 4) - 4(x + 1) = 2x - 8 - 4x - 4 = -2x - 12$

第2講 正負の数～乗法, 除法, 利用～/文字式～きまり～

例題1

1. 次の計算をせよ.

(1) $12 \times (-3)$

(2) $(-6) \times (-5)$

(3) $(-5) \times (-25) \times (-4)$

(4) $-2 \div (-6) \times 12 \div (-8)$

(5) $12 \times (-3) - 4 \times (5 - 3 \times 2) + 6$

2. 次の計算をせよ.

(1) $4^2 \times (-3)^2$

(2) $(-2)^2 \times (-2^2)$

(3) $5^2 \times (-1)^3 \times (-2^2)$

(4) $-2 - (-2)^2 \times (-2^2) + (-2)^3$

(5) $(-4)^2 \div (-2)^3 - 2\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{3}\right)^2$

(6) $(-1.57) \times 8^2 + (-6^2) \times 1.57$

(7) $\left\{-\frac{4}{3} + \frac{4^2}{9} - \frac{1}{3} \times (-3)^2\right\} \times \{1 - (-2)^3\}$

3. 下の表は A, B, C, D, E, F の 6 人の生徒の体重を, D 君の体重 51.5kg を基準にして, D 君より重いときは正の数, 軽いときは負の数で表したものである. このとき, 次の各問いに答えよ.

生徒	A	B	C	D	E	F
体重差	+2.1	-1.3	-5.8	0	+6.4	+8.8

(1) C 君の体重を求めよ.

(2) 最も体重の重い生徒と, 最も体重の軽い生徒との差を求めよ.

(3) この 6 人の体重の平均を求めよ.

演習問題 2

- 1 下の表は、5人の数学の成績を、クラスの平均点 65 点を基準にして、平均点より、高いものはその差を正の数で表し、平均点より、低いものはその差を負の数で表したものである。

A	B	C	D	E
-8	+14	-15	-2	+5

- (1) A の得点は何点であったか。
 (2) いちばん得点の高いものと低いものとの差は何点か。
 (3) 5人の平均点を求めよ。
- 2 8枚のカードの表に 1 から 15 までの奇数を 1 つずつ書き、裏には、表に書かれた数と絶対値の等しい負の数を書く。並び方は問題にしないとして、次の各問いに答えよ。
- (1) 1枚だけ裏で、他の 7枚が表の場合に、8個の数の和が 38 になった。裏になっているカードに書かれた数を求めよ。
 (2) 何枚かを表にし、他の何枚かを裏にしたとき、8個の数の和が 0 になるような場合は何通りあるか。
- 3 3つの数 a, b, c について、次のことがらがわかっているとき、 a, b, c は正の数か負の数か。

$$a \times b \times c < 0, \quad a + b > 0, \quad |a| > |b|, \quad a - c < 0$$

- 4 次の各問いに答えよ。
- (1) $a > 0, b < 0$ のとき、下のア～クのうち、①、②にあてはまるものはどれか。
 ① 値がつねに正になるもの。 ② 値がつねに負になるもの

ア	$a + b$	イ	$a - b$	ウ	$-a + b$	エ	$-a - b$
オ	$a \times b$	カ	$a \times b^2$	キ	$b^3 \div a^2$	ク	$b^5 \div b^3$

- (2) 3つの数 a, b, c の間に、 $a \times b > 0, a \times b \times c < 0, a + b < 0$ の関係があるとき、 $a + b + c$ の符号を述べよ。
- 5 A と B は両方とも負の整数で、絶対値の差は 7 で、A と B の和は -19 である。A は B より小さいとして、A, B を求めよ。
- 6 次の 3つの条件をすべて満たすような x, y, z の組をすべて求めよ。
 ア) x, y, z は -3 から 3 までの範囲の整数である。
 イ) x と y の積は 0 である。
 ウ) x と z の積は正の数、和は負の数である。また、 x から z を引いた差は正の数である。

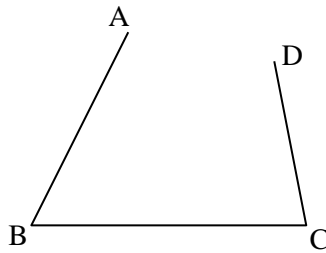
第4講 平面図形1

例題1

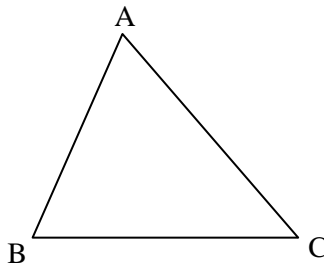
次の各問いに答えよ。

(1) $\angle A = \angle B = 75^\circ$ の二等辺三角形 ABC を作図せよ。

(2) 線分 AB, BC, CD のいずれの線分からも等しい距離にある点 P を作図せよ。

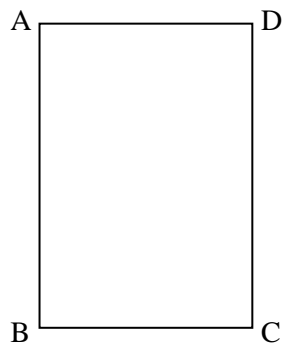


(3) $\triangle ABC$ の内接円の中心 I を作図せよ。

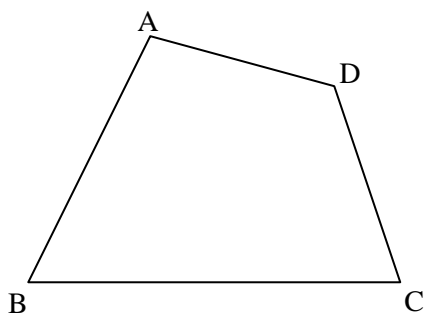


演習問題

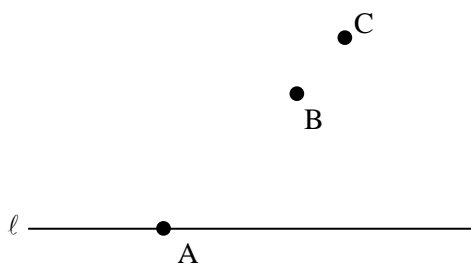
- 1 長方形 ABCD ($AB > AD$)の辺 CD 上に $AP = BC + CP$ となる点 P を作図しなさい。



- 2 右図のような四角形 ABCD がある。
この四角形を点 B が点 D に重なるように、ある直線を折り目として折る。
このときの折り目の線分を作図せよ。

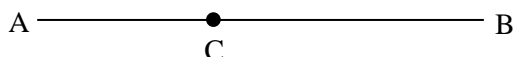


- 3 右図のように点 A を通る直線 l と、
 l 上にない 2 点 B, C がある。点 A を
通り直線 l に垂直な直線上にあり、
2 点 B, C を通る円の中心 P を作図せよ。

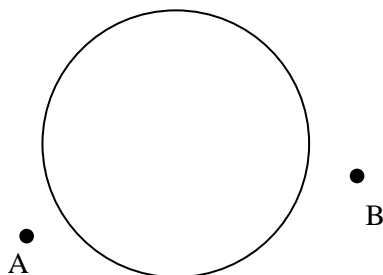


発展問題

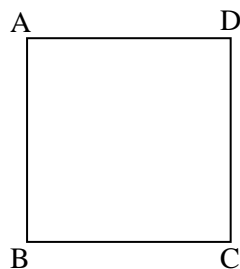
- 1 右の図のように、線分 AB 上に点 C がある。このとき、線分 AC を 1 辺とし、 $\angle ACD = 120^\circ$ ， $AC = DC$ となる $\triangle ACD$ を作図しなさい。



- 2 円外に 2 定点 A, B がある。AP = BQ となるように直径 PQ を引け。



- 3 右の図のような正方形の紙 ABCD がある。この紙を、頂点 C がちょうど辺 AD の中点にくるように折り曲げたとき、折り目となる線分を作図せよ。



- 4 右の図のように、 $\angle XOY$ の辺 OX 上に点 A がある。また、線分 PQ が与えられている。辺 OY 上に点 B をとり、 $AB + BO = PQ$ となるような点 B を作図せよ。

